

**Zadání a řešení testu z matematiky a zpráva
o výsledcích přijímacího řízení do magisterského
navazujícího studia od jara 2017**

**Zpráva o výsledcích přijímacího řízení
do magisterského navazujícího studia od jara 2017**

Počet podaných přihlášek	152
Počet přihlášených uchazečů	139
Počet uchazečů, kteří splnili podmínky přijetí	81
Počet uchazečů, kteří nesplnili podmínky přijetí	58
Počet uchazečů přijatých ke studiu, bez uvedení počtu uchazečů přijatých ke studiu až na základě výsledku přezkoumání původního rozhodnutí	81
Počet uchazečů přijatých celkem	81
Percentil pro přijetí	15,00

Základní statistické charakteristiky

	Informatika	Matematika	Celkem	
Počet otázek	30	25	55	
Počet uchazečů, kteří se zúčastnili přijímací zkoušky	120	120	87	
Nejlepší možný výsledek	30.00	25.00	55.00	
Nejlepší skutečně dosažený výsledek	24.25	21.25	40.25	
Průměrný výsledek	13.79	13.29	26.95	
Medián	14.00	13.50	27.25	
Směrodatná odchylka	5.13	3.87	7.88	
	Percentil			
Decilové hranice výsledku *	10	7.25	8.75	18.00
	20	9.25	10.25	21.50
	30	11.50	12.25	23.50
	40	12.50	13.00	26.25
	50	14.00	13.50	27.25
	60	15.25	14.50	29.25
	70	16.75	15.25	31.25
	80	18.75	16.75	33.50
	90	20.50	17.50	37.50

* Decilové hranice výsledku zkoušky vyjádřené d1, d2, d3, d4, d5, d6, d7, d8, d9 jsou hranice stanovené tak, že rozdělují uchazeče seřazené podle výsledku zkoušky do stejně velkých skupin, přičemž d5 je medián.

Přijímací zkouška - Matematika

Jméno a příjmení - pište do okénka	Číslo přihlášky	Číslo zadání
		5

Množiny, relace, funkce, logika

1 Uvažme relaci na množině racionálních čísel takovou, že číslo a je v relaci s číslem b právě tehdy, když $a \cdot b = 1$. Uvedená relace je:

- *A symetrická
- B reflexivní
- C tranzitivní
- D ekvivalence
- E antisymetrická

2 Necht A a B jsou libovolné množiny. Které z následujících tvrzení **není** obecně pravdivé? (Zde $\mathcal{P}(X)$ značí množinu všech podmnožin množiny X .)

- *A $A \subseteq \mathcal{P}(A)$
- B $A \subseteq A$
- C $A \subseteq (A \cup B)$
- D $A \in \mathcal{P}(A)$
- E $(A \cap B) \subseteq A$

3 Předpokládejme, že x a y jsou proměnné, které interpretujeme jako celá čísla. Symbol $+$ interpretujeme jako standardní sčítání celých čísel, symbol \times jako standardní násobení celých čísel a symbol 0 interpretujeme jako celé číslo 0. Která z následujících predikátových formulí **není** pravdivá?

- *A $\exists x \forall y (x + y = 0)$
- B $\exists x \forall y (x \times y = 0)$
- C $\exists x \exists y (x \times x = y \times y \wedge \neg(x = y))$
- D $\forall x \exists y (x + y = 0)$
- E $\forall x \exists y (x \times y = 0)$

4 Mějme relace $R = \{(a, b), (b, c), (c, c)\}$ a $S = \{(b, b), (c, a), (c, b)\}$ na množině $\{a, b, c\}$. Čemu je rovna relace $S \circ R$? (Zde \circ značí skládání relací.)

- *A $\{(a, b), (b, a), (b, b), (c, a), (c, b)\}$
- B $\{(a, b), (b, c), (c, c), (b, b), (c, a), (c, b)\}$
- C \emptyset (tj. prázdná relace)
- D $\{(b, c), (c, b), (c, c)\}$
- E $\{(a, b), (b, a), (c, b)\}$

5 Která z následujících výrokových formulí je **tautologie**? (Písmena A a B značí různé výrokové proměnné.)

- A $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (B \Leftrightarrow A)$
- B $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (B \vee A)$
- C $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
- D $(A \Rightarrow B) \Rightarrow A$
- *E $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$

6 Uvažme libovolnou tříprvkovou množinu $M = \{a, b, c\}$. Kolik existuje různých relací uspořádání na množině M , které mají právě dva maximální prvky? (Pozn.: Uspořádání je relace, která je reflexivní, tranzitivní a antisymetrická.)

- A 3
- *B 9
- C 12
- D 6
- E 0

Lineární algebra

7
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

*A
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ -7 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

B
$$\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

C Součin zadaných matic není definován.

D
$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 9 & 6 & 7 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

E
$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$

8 Uvažme následující soustavu rovnic nad \mathbb{R} :

$$\begin{aligned}x + 3y - z &= 6 \\ 2x - 4y + z &= -1 \\ -3x + 11y - 3z &= 8\end{aligned}$$

Které z následujících tvrzení je pravdivé?

- A Soustava nemá řešení.
- B Všechny body \mathbb{R}^3 jsou řešením dané soustavy.
- *C Soustava má nekonečně mnoho řešení, přičemž množina všech řešení tvoří přímku v \mathbb{R}^3 .
- D Soustava má právě jedno řešení.
- E Soustava má nekonečně mnoho řešení, přičemž množina všech řešení tvoří rovinu v \mathbb{R}^3 .

9 Určete všechny hodnoty parametru $p \in \mathbb{R}$, pro které je matice

$$\begin{pmatrix} 3 & -6 & 5 \\ -2 & 4 & -4 \\ 1 & -2 & p \end{pmatrix}$$

singulární (tj. determinant je nulový).

- A $p = 15$
- *B $p \in \mathbb{R}$, tj. matice je vždy singulární
- C $p = 2$
- D $p \in \emptyset$, tj. matice je vždy regulární
- E $p \in \{2, 15\}$

10 Uvažme vektor $\mathbf{u} = (4, -3, 7)$ ve standardní bázi $[(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)]$. Nalezněte souřadnice vektoru \mathbf{u} v bázi $[(0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0)]$.

- A $(4, 11, 1)$
- *B $(0, 7, -3)$
- C Souřadnice neexistují, protože zadané vektory netvoří bázi.
- D $(2, 2, -5)$
- E $(7, -3, 4)$

11 Uvažme matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Určete, které z následujících tvrzení o prvcích matice A^{-1} (tj. inverzní matice k matici A) je pravdivé.

- A Inverzní matice k matici A neexistuje.
- *B Všechny prvky matice A^{-1} jsou celá čísla.
- C Všechny prvky matice A^{-1} jsou komplexní čísla a alespoň jeden prvek není číslo reálné.
- D Všechny prvky matice A^{-1} jsou reálná čísla a alespoň jeden prvek není číslo racionální.
- E Všechny prvky matice A^{-1} jsou racionální čísla a alespoň jeden prvek není číslo celé.

12 Mějme funkci $f(x) = (x - e) \cdot \ln(x^2 - ex + e^2)$ (funkce $\ln x$ značí přirozený logaritmus). Spočítejte $f'(e)$ (tj. derivaci v bodě $x = e$).

- A $\frac{1}{e}$
- B derivace funkce f v bodě $x = e$ neexistuje
- C $\frac{1}{e^2}$
- *D 2
- E 0

13 Vypočítejte následující limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1}$$

- A jednostranné limity se nerovnjají, limita proto neexistuje
- *B 1
- C -1
- D -3
- E 3

14 Která z následujících funkcí typu $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je **injektivní** (prostá), ale **není surjektivní** (na)?

- A x
- B $\ln |x|$ (kde \ln značí přirozený logaritmus)
- C $\operatorname{tg} x$ (kde tg značí tangens)
- *D $\operatorname{arctg} x$ (kde arctg značí arkus tangens)
- E e^{-x^2}

15 Necht f je reálná funkce jedné reálné proměnné. Vyberte správné tvrzení.

- A Má-li funkce f kladnou **druhou** derivaci v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, pak je $f(x_0) \geq 0$.
- B Je-li funkce f spojitá v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, pak v tomto bodě existuje její **první** derivace.
- *C Má-li funkce f konečnou **první** derivaci v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, pak je v tomto bodě spojitá.
- D Má-li funkce f nulovou **první** derivaci v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, pak zde nabývá lokálního extrému.
- E Má-li funkce f kladnou **druhou** derivaci v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$, pak je v tomto bodě rostoucí.

16 Spočítejte integrál $\int_{-2}^2 x^3 + x \, dx$.

- A $\frac{19}{3}$
- B 10
- C 5
- D $\frac{38}{3}$
- *E 0

17 Mějme náhodnou proměnnou X takovou, že $P(X = -1) = \frac{8}{27}$, $P(X = 2) = \frac{12}{27}$, $P(X = 5) = \frac{6}{27}$ a $P(x = 8) = \frac{1}{27}$. Vypočítejte **rozptyl** náhodné proměnné X .

- *A 6
- B 2
- C $\frac{16}{9}$
- D $\frac{4}{3}$
- E 0

18 Mějme falešnou minci, na které padá panna s pravděpodobností $\frac{3}{5}$, orel s pravděpodobností $\frac{1}{5}$ a hrana s pravděpodobností $\frac{1}{5}$. Jaká je pravděpodobnost, že z pěti nezávislých hodů touto mincí padne **právě třikrát panna**?

- A $\binom{5}{3}$
- B $\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3$
- C $\left(\frac{3}{5}\right)^3$
- *D $\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2$
- E $\binom{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3$

19 Studenti psali písemku. Výsledky byly následující: 3 studenti měli 0 bodů, 5 studentů mělo 1 bod, 3 studenti měli 2 body, 1 student měl 3 body, 5 studentů mělo 4 body a 3 studenti měli 5 bodů. Jaký byl **medián** počtu bodů?

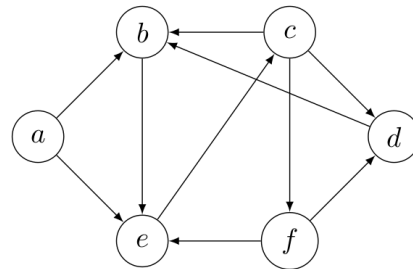
- A 3,5
- B 1,5
- C 2,5
- *D 2
- E 3

20 Postupně čtyřikrát hodíme mincí, na které padá panna a orel se stejnou pravděpodobností. Jaká je podmíněná pravděpodobnost, že ve všech čtyřech hodech padne panna, za podmínky, že v prvním a posledním hodu padla panna?

- *A $\frac{1}{4}$
- B $\frac{3}{4}$
- C $\frac{1}{2}$
- D $\frac{1}{8}$
- E $\frac{3}{8}$

Teorie grafů

21 Uvažme následující orientovaný graf:



Rozhodněte, které z následujících tvrzení o prohledávání daného grafu **do hloubky** z vrcholu a platí. (Nepředpokládáme žádné uspořádání na vrcholech. Pořadí, ve kterém algoritmus prohledání do šířky objevuje nové vrcholy, tedy není jednoznačně dáno.)

- A Vrchol d bude vždy objeven jako poslední.
- B Vrchol e bude vždy objeven dříve než vrchol b .
- C Vrchol d bude vždy objeven dříve než vrchol b .
- D Vrchol b bude vždy objeven dříve než vrchol f .
- *E Vrchol e bude vždy objeven dříve než vrchol f .

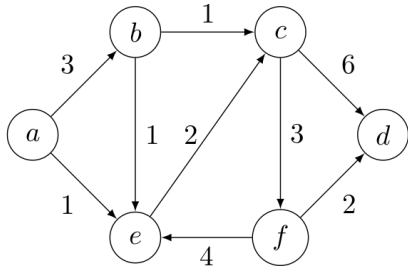
22 Kolik hran má libovolný strom o 2017 vrcholech?

- A 2017
- B 4034
- C 4035
- *D 2016
- E 2018

23 Kolik nejvýše hran může mít **neorientovaný nesouvislý graf** o 6 vrcholech?

- A 7
- B 8
- C 6
- D 12
- *E 10

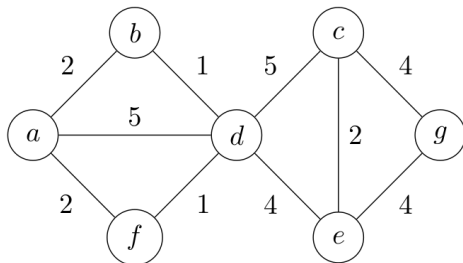
24 Uvažme následující hranově ohodnocený graf:



Jaká je délka **nejkratší cesty** (vzhledem k ohodnocení hran) z vrcholu a do vrcholu d ?

- *A 8
- B 11
- C 7
- D 10
- E 9

25 Uvažme následující hranově ohodnocený neorientovaný graf:



Kolik existuje pro tento graf **různých minimálních koster**?

- *A 4
- B 1
- C 8
- D 2
- E 6